

Odpowiedzi i schematy oceniania

Arkusz 3

Zadania zamknięte

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B.	$5n + 3$ – ponieważ pierwszy składnik sumy jest podzielny przez 5 i pozostaje reszta 3.
2.	B.	$\frac{5^{18}5^3}{(5^2)^6} = \frac{5^{21}}{5^{12}} = 5^9$
3.	B.	$\log_{3\sqrt{3}} \frac{1}{81} = x \Leftrightarrow (3\sqrt{3})^x = \frac{1}{81} \Leftrightarrow 3^{\frac{3}{2}x} = 3^{-4} \Leftrightarrow \frac{3}{2}x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{8}{3}$
4.	C.	$ x > 7 \Leftrightarrow x < -7 \vee x > 7$
5.	D.	$\frac{5}{x-3} = 2 \Rightarrow 5 = 2x - 6 \Rightarrow 2x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{2}$
6.	A.	$W = (x-3) - (-x+5) = x-3+x-5 = 2x-8$
7.	C.	Pierwiastkami równania są liczby (-5) i 1 . Liczba 4 nie jest pierwiastkiem, gdyż nie należy do dziedziny równania.
8.	C.	$x^2 < 9 \Leftrightarrow x \in (-3,3)$, zatem $-\sqrt{10} \notin (-3,3)$
9.	D.	$W = x^2(x+5) - 9(x+5) = (x+5)(x^2-9) = (x+5)(x-3)(x+3)$
10.	D.	$f(4) = 4^2 + 1 = 17$
11.	C.	$1 - \sqrt{3}m < 0 \Rightarrow -\sqrt{3}m < -1 \Rightarrow m > \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow m > \frac{\sqrt{3}}{3}$
12.	B.	Funkcja jest malejąca i przecina oś OY powyżej osi OX .
13.	B.	Parabola ma ramiona skierowane w dół i $y_w = 4$.
14.	A.	$x_w = 3 \notin \langle 4,5 \rangle$, zatem najmniejsza wartość to $f(4) = 0$ (ponieważ $f(5) = 3$).
15.	B.	Proste $x = 0$, $y = -5$ to asymptoty wykresu, a prosta $y = -x - 5$ leży w innych ćwiartkach niż hiperbola.
16.	A.	$2n + 3 < 50 \Rightarrow n < \frac{47}{2} \wedge n \in N_+$, zatem są 23 ujemne wyrazy ciągu.

17.	B.	$20^\circ + 20^\circ + r + 20^\circ + 2r = 180^\circ \Rightarrow r = 40^\circ$
18.	C.	$x^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{8}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ (ujemny wynik odrzucamy, gdyż ciąg miał być rosnący).
19.	C.	$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{5} \wedge \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{6}$
20.	B.	$ AE = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{5}}{2}, \sin \alpha = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$
21.	B.	$a\sqrt{2} = \sqrt{5} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{10}}{2}$
22.	D.	$k^2 = \frac{98}{49} \Rightarrow k = \sqrt{2}$
23.	D.	Środek okręgu $S = (-3, 5)$, $f(-3) = 5$ dla czwartej funkcji liniowej.

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
24.	Zapisanie liczby pod pierwiastkiem jako kwadratu różnicy: $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{2}$.	1
	Wyciągnięcie pierwiastka i zredukowanie wyrazów podobnych, co wykazuje tezę zadania: $ 1-\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} = -1$.	1
25	Zapisanie równania z niewiadomą x – cena płaszcza przed obniżką: $x - 0,15x = 510$.	1
	Rozwiązanie równania: $x = 600$ (zł).	1
26.	Wprowadzenie oznaczeń i wyznaczenie pól wymienionych kół: a, b, c – odpowiednio dwie przyprostokątne i przeciwprostokątna, $P_1 = \frac{1}{4}\pi a^2, P_2 = \frac{1}{4}\pi b^2, P_3 = \frac{1}{4}\pi c^2$.	1

	Wykazanie tezy zadania: $P_1 + P_2 = \frac{1}{4}\pi(a^2 + b^2) = \frac{1}{4}\pi c^2 = P_3$.	1
27.	Wyznaczenie liczebności zbioru zdarzeń elementarnych: $\bar{\Omega} = 90 \cdot 89$.	1
	Wyznaczenie liczebności zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A : $\bar{A} = 45 \cdot 44$ i prawdopodobieństwa zdarzenia A : $P(A) = \frac{22}{89}$.	1
28.	Zapisanie warunku w postaci iloczynowej: $(x^2 - 2)(x - 7) \neq 0$.	1
	Rozwiązanie warunku i zapisanie odpowiedzi: $D = R \setminus \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}, 7\}$.	1
29.	Wyznaczenie pierwiastków trójmianu kwadratowego: $x_1 = -5, x_2 = 3$.	1
	Rozwiązanie nierówności: $x \in (-\infty, -5) \cup (3, +\infty)$.	1
30.	Wyznaczenie pola trójkąta: $P = 30$.	1
	Wyznaczenie przeciwprostokątnej trójkąta: $c = 13$.	1
	Zapisanie równania z niewiadomą r – promień okręgu wpisanego w trójkąt: $\frac{1}{2}r(5 + 12 + 13) = 30$.	1
	Rozwiązanie równania: $r = 2$.	1
31.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie precyzyjnych oznaczeń, np.: $a = 12, h$ – krawędź podstawy i wysokość, prostopadłościanu $ABCD, A'B'C'D'$ – dolna i górna podstawa prostopadłościanu, $ \angle BC'D = 60^\circ$, β – kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej do płaszczyzny podstawy prostopadłościanu.	1
	Wyznaczenie przekątnej ściany bocznej: $12\sqrt{2}$.	1
	Wyznaczenie wysokości prostopadłościanu: $h = 12$.	1
	Obliczenie pola powierzchni całkowitej prostopadłościanu: $P_c = 864$.	1

	Obliczenie kąta nachylenia przekątnej ściany bocznej do płaszczyzny podstawy prostopadłościanu: $\beta = 45^\circ$.	1
32.	Wyznaczenie współrzędnych wierzchołka A równoległoboku: $A = (2, -1)$.	1
	Wyznaczenie współrzędnych wierzchołka przeciwnego: $C = (8, 5)$.	1
	Wyznaczenie równania prostej, w której zawarty jest bok CB : $y = 2x - 11$.	2 (1 punkt za współczynnik kierunkowy i 1 za pozostałe obliczenia)
	Wyznaczenie współrzędnych punktu B : $B = (6, 1)$.	2 (1 punkt za zapisanie odpowiedniego układu równań i 1 za rozwiązanie)